

单元素养测评卷(一)

第6章

(时间:120分钟 分值:150分)

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

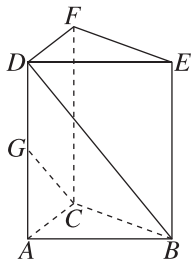
1. 已知直线 l 的一个方向向量是 $\mathbf{a}=(-3,2,1)$, 平面 α 的一个法向量是 $\mathbf{u}=(1,2,-1)$, 则 l 与 α 的位置关系是 ()

A. $l \perp \alpha$ B. $l // \alpha$
C. $l \subset \alpha$ D. $l // \alpha$ 或 $l \subset \alpha$

2. [2025·江苏宿迁中学月考] 已知向量 $\mathbf{a}=(-3,2,3)$, $\mathbf{b}=(1,x,-1)$ 且 $\mathbf{a} // \mathbf{b}$, 则 x 的值为 ()

A. 0 B. $\frac{1}{3}$
C. $-\frac{3}{2}$ D. $-\frac{2}{3}$

3. [2025·江苏扬州中学月考] 如图,在三棱柱 $ABC-DEF$ 中, G 为棱 AD 的中点,若 $\overrightarrow{BA}=\mathbf{a}$, $\overrightarrow{BC}=\mathbf{b}$, $\overrightarrow{BD}=\mathbf{c}$, 则 $\overrightarrow{CG}=\quad$ ()



A. $\frac{1}{2}\mathbf{a}-\mathbf{b}+\frac{1}{2}\mathbf{c}$ B. $\frac{1}{2}\mathbf{a}+\mathbf{b}+\frac{1}{2}\mathbf{c}$
C. $\frac{3}{2}\mathbf{a}-\frac{1}{2}\mathbf{b}+\frac{1}{2}\mathbf{c}$ D. $\frac{3}{2}\mathbf{a}+\frac{1}{2}\mathbf{b}+\frac{1}{2}\mathbf{c}$

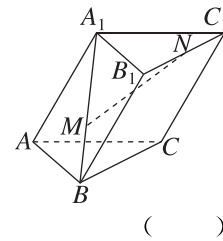
4. [2025·江苏徐州一中月考] 已知向量 $\mathbf{a}=(1,1,\sqrt{2})$, $\mathbf{b}=(-3,2,0)$, 则 $\mathbf{a}-\mathbf{b}$ 在 $\mathbf{a}$ 上的投影向量为 ()

A. $(\frac{3}{4}, \frac{3}{4}, \frac{3\sqrt{2}}{4})$ B. $(\frac{5}{4}, \frac{5}{4}, \frac{5\sqrt{2}}{4})$
C. $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3\sqrt{2}}{2})$ D. $(-\frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{\sqrt{2}}{5})$

5. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=1$, $AA_1=2$, $AD=4$, 点 E 在棱 BC 上, 且 $BC=4BE$, 点 G 为 $\triangle AB_1C$ 的重心, 则点 G 到直线 AE 的距离为 ()

A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\sqrt{3}$

6. [2025·江苏启东中学月考] 如图,在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, M, N 分别是 A_1B, B_1C_1 上的点, 且 $\overrightarrow{A_1M}=2\overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{B_1N}=2\overrightarrow{NC_1}$. 设 $\overrightarrow{AB}=\mathbf{a}$, $\overrightarrow{AC}=\mathbf{b}$, $\overrightarrow{AA_1}=\mathbf{c}$, 若 $\angle BAC=90^\circ$, $\angle BAA_1=\angle CAA_1=60^\circ$, $AB=AC=AA_1=1$, 则 $MN=\quad$ ()



A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$
C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{\sqrt{11}}{3}$

7. [2025·江苏镇江中学月考] 已知点 D 在 $\triangle ABC$ 确定的平面内, O 是平面 ABC 外任意一点, 若正实数 x, y 满足 $\overrightarrow{OD}=x\overrightarrow{OA}+2y\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}$, 则 $\frac{2x+y}{xy}$ 的最小值为 ()

A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{9}{2}$ C. 2 D. 4

8. [2025·江苏天一中学月考] 在正四棱锥 $S-ABCD$ 中, 底面边长为 $2\sqrt{2}$, 侧棱长为 4, 点 P 是底面 $ABCD$ 内一动点, 且 $SP=\sqrt{13}$, 则当 A, P 两点间距离最小时, 直线 BP 与直线 SC 所成角的余弦值为 ()

A. $\frac{\sqrt{5}}{10}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{10}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{10}$ D. $\frac{1}{10}$

二、选择题:本题共3小题,每小题6分,共18分.在每小题给出的四个选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得6分,部分选对的得部分分,有选错的得0分.

9. 关于空间向量,以下说法正确的是 ()

A. 若空间向量 $\mathbf{a}=(1,0,1)$, $\mathbf{b}=(0,1,-1)$, 则 $\mathbf{a}$ 在 $\mathbf{b}$ 上的投影向量为 $(0, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

B. 已知 $\overrightarrow{AB}=(1,2,-2)$, $\overrightarrow{AC}=(\frac{1}{2}, 0, 1)$, 则点 B 到直线 AC 的距离为 2

C. 若对空间中任意一点 O 有 $\overrightarrow{OP}=\frac{2}{3}\overrightarrow{OA}-\frac{1}{6}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$, 则 P, A, B, C 四点共面

D. 若直线 l 的一个方向向量为 $\mathbf{m}=(3,-1,1)$, 平面 α 的一个法向量为 $\mathbf{n}=(-1,-2,1)$, 则 $l // \alpha$

10. [2025·江苏泰兴中学月考] 在三棱锥 $O-ABC$ 中, OA, OB, OC 两两垂直, 且 $OA=OB=OC$, 则下列结论正确的是 ()

A. $(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC})^2=3\overrightarrow{OA}^2$

B. $\overrightarrow{BC} \cdot (\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{CO})=0$

C. 三棱锥 $O-ABC$ 的体积为 $\frac{1}{6} |(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{BC}|$

D. $(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB})$ 和 $\overrightarrow{CA}$ 的夹角为 60°

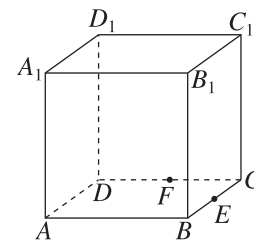
11. [2025·江苏如东中学月考] 如图,在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别是棱 BC, CD 上的动点, 且 $\overrightarrow{CE}=\lambda\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{DF}=\mu\overrightarrow{DC}$, $\lambda \in (0,1)$, $\mu \in (0,1)$, 则 ()

A. 当 $\lambda=\mu$ 时, $D_1E \perp$ 平面 B_1AF

B. 当 $\lambda+\mu=1$ 时, $BD //$ 平面 B_1EF

C. 当 $\lambda-\mu=\frac{1}{2}$ 时, 三棱锥 B_1-AEF 体积的最大值为 $\frac{5}{32}$

D. 当 $\mu-\lambda=\frac{1}{2}$ 时, A_1E+A_1F 的最小值为 $\frac{\sqrt{41}}{2}$

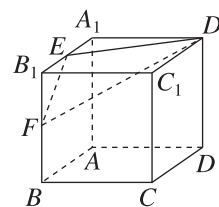


三、填空题:本题共3小题,每小题5分,共15分.

12. 已知空间向量 $\mathbf{a}=(6,2,1)$, $\mathbf{b}=(2,x,-3)$, 若 $(\mathbf{a}-\mathbf{b}) \perp \mathbf{a}$, 则 $x=\quad$.

13. 在空间直角坐标系中, $u(x-x_0)+v(y-y_0)+w(z-z_0)=0$ 表示经过点 (x_0, y_0, z_0) , 且法向量为 (u, v, w) 的平面的方程, 则点 $P(1,1,3)$ 到平面 $(x-1)-2(y+1)+2(z-2)=0$ 的距离为 $\quad$.

14. [2025·江苏南通中学月考] 如图,在正方体 $AB-CD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AD=4$, 点 E, F 分别为 A_1B_1, BB_1 的中点, 则平面 EFD_1 截正方体所得截面面积为 $\quad$; 动点 P 满足 $\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}+z\overrightarrow{AA_1}$, 且 $x+y+2z=\frac{1}{2}$, 则当 $|\overrightarrow{AP}|$ 取得最小值时平面 A_1ADD_1 与平面 ADP 夹角的余弦值为 $\quad$.



四、解答题:本题共5个小题,共77分.解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

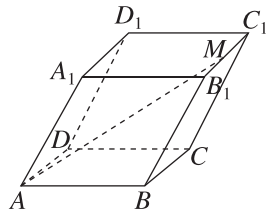
15. (13分)[2025·江苏常州高二期中] 已知向量 $\mathbf{a}=(-2,-1,2)$, $\mathbf{b}=(-1,1,2)$, $\mathbf{c}=(x,2,2)$.

(1)若 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}=4$, 求 $|\mathbf{b}+\mathbf{c}|$;

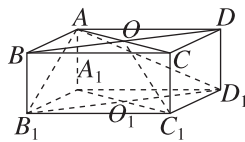
(2)若三个向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}-\mathbf{a}-\mathbf{b}$ 不能构成空间的一个基底, 求实数 x 的值.



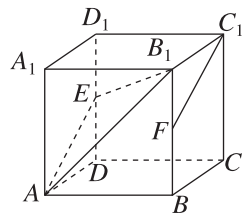
16. (15 分) 如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=AD=AA_1=1$, $\angle BAD=90^\circ$, $\angle BAA_1=\angle DAA_1=60^\circ$. 记向量 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$, 向量 $\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$, 向量 $\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$.
- (1) 取 B_1C_1 的中点 M , 用向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ 来表示向量 $\overrightarrow{AM}$;
- (2) 求 $|\overrightarrow{AM}|$.



17. (15 分) [2025 · 江苏启东一中月考] 如图, 已知 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 是底面边长为 2 的正四棱柱, O_1 为 A_1C_1 与 B_1D_1 的交点, O 为 AC 与 BD 的交点.
- (1) 证明: $C_1O \parallel$ 平面 AB_1D_1 ;
- (2) 若点 C_1 到平面 AB_1D_1 的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 求正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的高.



18. (17 分) [2025 · 江苏苏州中学月考] 如图, 在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为 DD_1 的中点, F 为 BB_1 的中点.
- (1) 求直线 FC_1 到直线 AE 的距离;
- (2) 求直线 FC_1 到平面 AB_1E 的距离.



19. (17 分) [2025 · 江苏昆山中学月考] 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是边长为 4 的正方形, $\triangle PAD$ 是正三角形, E, F, M, O 分别是 PC, PD, BC, AD 的中点, $PO \perp$ 平面 $ABCD$.
- (1) 求证: $EF \perp PA$.
- (2) 求点 B 到平面 EFM 的距离.
- (3) 在棱 PA 上是否存在点 N , 使得直线 MN 与平面 EFM 所成角的正弦值为 $\frac{3\sqrt{3}}{14}$? 若存在, 求出线段 PN 的长度; 若不存在, 说明理由.

